

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ  
**ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ**  
**ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)**  
**ΤΕΤΑΡΤΗ 23 ΜΑΪΟΥ 2012**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:**  
**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**  
**ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**  
**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Αν οι συναρτήσεις  $f, g$  είναι παραγωγίσιμες στο  $\mathbb{R}$ , να αποδείξετε ότι  $(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$

**Μονάδες 7**

**A2.** Σε ένα πείραμα με ισοπίθανα αποτελέσματα να δώσετε τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας ενός ενδεχομένου  $A$

**Μονάδες 4**

**A3.** Πώς ορίζεται ο συντελεστής μεταβολής ή συντελεστής μεταβλητότητας μιας μεταβλητής  $X$ , αν  $\bar{x} > 0$  και πώς, αν  $\bar{x} < 0$ ;

**Μονάδες 4**

**A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται μόνο για τη γραφική παράσταση ποσοτικών δεδομένων (μονάδες 2).

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

- β) Η παράγωγος της  $f$  στο  $x_0$  εκφράζει το ρυθμό μεταβολής του  $y=f(x)$  ως προς  $x$ , όταν  $x=x_0$  (μονάδες 2).
- γ) Αν  $A, B$  ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  με  $A \subseteq B$ , τότε ισχύει ότι  $P(A) > P(B)$  (μονάδες 2).
- δ) Το εύρος, η διακύμανση και η τυπική απόκλιση των τιμών μιας μεταβλητής είναι μέτρα διασποράς (μονάδες 2).
- ε)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \eta_{\mu x} = \eta_{\mu x_0}$ ,  $x_0 \in \mathbb{R}$  (μονάδες 2).

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Οι χρόνοι (σε λεπτά) που χρειάστηκαν οι μαθητές μιας τάξης για να λύσουν ένα μαθηματικό πρόβλημα ανήκουν στο διάστημα  $[5, 45)$  και έχουν ομαδοποιηθεί σε τέσσερις κλάσεις ίσου πλάτους. Τα δεδομένα των χρόνων εμφανίζονται στο παρακάτω ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό.



- B1.** Με βάση το παραπάνω ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό, να υπολογίσετε τη διάμεσο των χρόνων που χρειάστηκαν οι μαθητές.

**Μονάδες 4**

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

**B2.** Στον επόμενο πίνακα συχνοτήτων της κατανομής των χρόνων, να αποδείξετε ότι  $\alpha=8$  (μονάδες 3) και να μεταφέρετε τον πίνακα κατάλληλα συμπληρωμένο στο τετράδιό σας (μονάδες 5).

Χρόνοι (λεπτά)	$x_i$	$v_i$	$f_i\%$	$N_i$	$F_i\%$
$[5, \cdot)$		$\alpha+4$			
$[\cdot, \cdot)$		$3\alpha-6$			
$[\cdot, \cdot)$		$2\alpha+8$			
$[\cdot, 45)$		$\alpha-2$			
Σύνολο					

**Μονάδες 8**

**B3.** Να βρεθεί η μέση τιμή  $\bar{x}$  και η τυπική απόκλιση  $s$  των χρόνων που χρειάστηκαν οι μαθητές.

(Δίνεται ότι:  $\sqrt{84} \approx 9,17$ )

**Μονάδες 8**

**B4.** Να βρεθεί το ποσοστό των μαθητών που χρειάστηκαν τουλάχιστον 37 λεπτά να λύσουν το μαθηματικό πρόβλημα.

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Γ**

Από τους μαθητές μιας τάξης ενός σχολείου επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή. Αν  $v$  φυσικός αριθμός με  $v \geq 3$ , τότε η πιθανότητα του ενδεχομένου ο μαθητής να μαθαίνει

- Γαλλικά είναι  $\frac{3v}{v^2+1}$

- Ισπανικά είναι  $\frac{v+2}{v^2+1}$

- και τις δύο παραπάνω γλώσσες είναι  $\frac{v+1}{v^2+1}$

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

- μία τουλάχιστον από τις παραπάνω γλώσσες είναι ίση με το όριο  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2(\sqrt{x^2+3}-2)}{x^2+x}$

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι το ενδεχόμενο ο μαθητής να μαθαίνει μία τουλάχιστον από τις παραπάνω δύο γλώσσες είναι βέβαιο.

**Μονάδες 7**

**Γ2.** Να αποδείξετε ότι  $v=3$

**Μονάδες 6**

**Γ3.** Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου ο μαθητής να μαθαίνει μόνο μία από τις δύο γλώσσες.

**Μονάδες 6**

**Γ4.** Αν ο αριθμός των μαθητών που μαθαίνουν και τις δύο παραπάνω γλώσσες είναι 32, να βρείτε τον αριθμό των μαθητών της τάξης.

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1 + \ln^2 x}{x}$ ,  $x > 0$

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα.

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Έστω  $M(x, f(x))$ ,  $x > 0$  σημείο της γραφικής παράστασης της  $f$ . Η παράλληλη ευθεία από το  $M$  προς τον άξονα  $y'y$  τέμνει τον ημιάξονα  $Ox$  στο σημείο  $K(x, 0)$  και η παράλληλη ευθεία από το  $M$  προς τον άξονα  $x'x$  τέμνει τον ημιάξονα  $Oy$  στο σημείο  $\Lambda(0, f(x))$ . Αν  $O$  είναι η αρχή των αξόνων, να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλόγραμμου  $OK\Lambda$  γίνεται ελάχιστο, όταν αυτό γίνει τετράγωνο.

**Μονάδες 7**

**Δ3.** Έστω η ευθεία  $\varepsilon: y = \lambda x + \beta$ ,  $\beta \neq 10$ , η οποία είναι παράλληλη προς την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο  $\Sigma(1, f(1))$ . Θεωρούμε δέκα σημεία  $(x_i, y_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, 10$  της ευθείας  $\varepsilon$ , τέτοια ώστε οι τετμημένες τους  $x_i$  να έχουν μέση τιμή  $\bar{x} = 10$  και τυπική απόκλιση  $s_x = 2$ . Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\beta$  το δείγμα των τεταγμένων  $y_i$  των δέκα σημείων είναι ομοιογενές.

**Μονάδες 8**

**Δ4.** Αν  $A$  και  $B$  είναι ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου με ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα, τέτοια ώστε  $A \neq \emptyset$  και  $A \cap B \neq \emptyset$ , τότε να αποδείξετε ότι

$$f(P(A)) + f(P(A \cap B)) \geq 2f(P(A \cup B))$$

**Μονάδες 5**

### **ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Να μη χρησιμοποιήσετε χαρτί μιλιμετρέ.
6. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 10.30 π.μ.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**  
**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**